

## 解答速報ご利用にあたっての注意事項

解答速報のご利用につきましては、以下の内容をご確認・ご了承のうえご利用ください。

解答速報はハピスマ大学独自の見解に基づき、サービスとして情報を提供するものであり、公益社団法人日本アクチュアリー会による本試験の結果（合格基準点・合否など）について保証するものではありません。

試験の詳細につきましては、公益社団法人日本アクチュアリー会にお問合せください。

解答速報の内容につきましては将来予告なく変更する場合がございます。予めご了承ください。

解答速報は、ハピスマ大学の予想解答です。解答に関するご質問はお受けしておりませんので、予めご了承ください。

解答速報の著作権はハピスマ大学に帰属します。許可無く一切の転用・転載を禁じます。

問題 1 (1) 求める年金現価を  $F$  とおくと、

$F = v + 2v^2 + \dots + 9v^9 + 10v^{10} + 10v^{11} + 9v^{12} + \dots + 2v^{19} + v^{20}$  となる。

ここで、 $F_1 = v + 2v^2 + \dots + 9v^9 + 10v^{10}$  ,  $F_2 = 10v^{11} + 9v^{12} + \dots + 2v^{19} + v^{20}$  とおけば、

$F = F_1 + F_2 \dots$  ① となる。このとき、

$$F_1 - vF_1 = (v + 2v^2 + \dots + 9v^9 + 10v^{10}) - v(v + 2v^2 + \dots + 9v^9 + 10v^{10})$$

$$= (v + 2v^2 + \dots + 9v^9 + 10v^{10}) - (v^2 + 2v^3 + \dots + 9v^{10} + 10v^{11})$$

$$= v + (2v^2 + \dots + 9v^9 + 10v^{10}) - (v^2 + 2v^3 + \dots + 9v^{10}) - 10v^{11}$$

$$= v + (v^2 + \dots + v^9 + v^{10}) - 10v^{11} = (v + v^2 + \dots + v^9 + v^{10}) - 10v^{11}$$

$$= a_{\overline{10}|} - 10v^{11} \text{ より、 } F_1 = \frac{a_{\overline{10}|} - 10v^{11}}{1-v} \dots \text{ ②となる。同様に、}$$

$$F_2 - vF_2 = (10v^{11} + 9v^{12} + \dots + 2v^{19} + v^{20}) - v(10v^{11} + 9v^{12} + \dots + 2v^{19} + v^{20})$$

$$= (10v^{11} + 9v^{12} + \dots + 2v^{19} + v^{20}) - (10v^{12} + 9v^{13} + \dots + 2v^{20} + v^{21})$$

$$= 10v^{11} + (9v^{12} + \dots + 2v^{19} + v^{20}) - (10v^{12} + 9v^{13} + \dots + 2v^{20}) - v^{21}$$

$$= 10v^{11} + (-v^{12} - \dots - v^{19} - v^{20}) - v^{21} = 10v^{11} - (v^{12} + \dots + v^{19} + v^{20} + v^{21})$$

$$= 10v^{11} - v^{11}(v + \dots + v^8 + v^9 + v^{10}) = 10v^{11} - v^{11} \times a_{\overline{10}|} \text{ より、 } F_2 = \frac{10v^{11} - v^{11} \times a_{\overline{10}|}}{1-v} \dots \text{ ③}$$

となる。

$$\text{①②③より、 } F = F_1 + F_2 = \frac{a_{\overline{10}|} - 10v^{11}}{1-v} + \frac{10v^{11} - v^{11} \times a_{\overline{10}|}}{1-v} = \frac{a_{\overline{10}|} - v^{11} \times a_{\overline{10}|}}{1-v} = a_{\overline{10}|} \times \frac{1-v^{11}}{1-v}$$

$$= a_{\overline{10}|} \times \frac{1-v \times v^{10}}{1-v} = a_{\overline{10}|} \times \frac{1 - \frac{1}{1+i} \times v^{10}}{1 - \frac{1}{1+i}} = a_{\overline{10}|} \times \frac{1+i-v^{10}}{i} = 9.47130 \times \frac{1+0.01-0.90529}{0.01}$$

$\approx 99.17$  となる。

解答：(B)

(注) 本問は、平成 22 年度問題 1(1)の類題。

$$(2) \text{ 教科書 (上巻) 61 ページ(2.5.5)より、 } e_x^{\omega} = \int_0^{\omega-x} {}_t p_x dt \dots \text{ ①}$$

ここで、 $\omega$  は最終年齢、つまり、 $l_{\omega} = 0$  を満たすが、与えられた条件より、 $l_x = \left( \frac{100-x}{100} \right)^{\alpha}$  で

あるので、 $\omega = 100$  となる。よって、①より、 $e_x^{\omega} = \int_0^{100-x} {}_t p_x dt$  となる。

$$\begin{aligned}
\text{したがって、} \quad {}^o e_x &= \int_0^{100-x} {}_t p_x dt = \int_0^{100-x} \frac{l_{x+t}}{l_x} dt = \int_0^{100-x} \frac{\left(\frac{100-x-t}{100}\right)^\alpha}{\left(\frac{100-x}{100}\right)^\alpha} dt \\
&= \frac{1}{\left(\frac{100-x}{100}\right)^\alpha} \int_0^{100-x} \left(\frac{100-x-t}{100}\right)^\alpha dt = \frac{1}{\left(\frac{100-x}{100}\right)^\alpha} \left[ \frac{-100}{\alpha+1} \left(\frac{100-x-t}{100}\right)^{\alpha+1} \right]_0^{100-x} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{100-x}{100}\right)^\alpha} \left\{ 0 - \frac{-100}{\alpha+1} \left(\frac{100-x}{100}\right)^{\alpha+1} \right\} = \frac{100}{\alpha+1} \frac{\left(\frac{100-x}{100}\right)^{\alpha+1}}{\left(\frac{100-x}{100}\right)^\alpha} = \frac{100}{\alpha+1} \left(\frac{100-x}{100}\right) = \frac{100-x}{\alpha+1}
\end{aligned}$$

となるので、 $\frac{d}{dx} {}^o e_x = \frac{d}{dx} \frac{100-x}{\alpha+1} = -\frac{1}{\alpha+1}$  となる。

解答：(H)

(注) 教科書(上巻) 68 ページ第 2 章練習問題(1)の(16)の結果から、 $\frac{d}{dx} {}^o e_x = \mu_x {}^o e_x - 1$  となるので、本問は平成 13 年度問題 1(2)の類題とも考えられる。

(3) 与えられた条件から、 $q_x^w = 4 \times q_x \quad \dots \quad \textcircled{1}$

また、 $l_x - l_{x+1} = (A - 1000 \cdot x) - \{A - 1000 \cdot (x+1)\} = 1000$  より、 $l_{x+1} = l_x - 1000 \quad \dots \quad \textcircled{2}$

一方、教科書(上巻) 88 ページ (3.2.3) および (3.2.4) より、

$$l_{x+1} = l_x \times (1 - q_x - q_x^w) = l_x \times (1 - q_x - 4q_x) = l_x \times (1 - 5q_x) \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

②③より、 $l_x \times (1 - 5q_x) = l_x - 1000$  となるので、変形すると、 $q_x = \frac{200}{l_x} \quad \dots \quad \textcircled{4}$

教科書(上巻) 95 ページ (3.3.2) より、 $q_x^* = \frac{q_x}{1 - \frac{q_x^w}{2}} \quad \dots \quad \textcircled{5}$

①④を⑤に代入すると、

$$q_x^* = \frac{q_x}{1 - \frac{4q_x}{2}} = \frac{q_x}{1 - 2q_x} = \frac{\frac{200}{l_x}}{1 - 2 \times \frac{200}{l_x}} = \frac{200}{l_x - 400} = (1-1) + \frac{200}{l_x - 400} = 1 + \frac{-(l_x - 400) + 200}{l_x - 400}$$

$$= 1 + \frac{-l_x + 600}{l_x - 400} = 1 - \frac{l_x - 600}{l_x - 400} \text{ となる。}$$

解答：(H)

(注) 本問は、教科書（上巻）99 ページ第3章練習問題(4)、平成19年度問題1(2)、平成17年度問題1(4)および平成13年度問題1(3)の類題。

$$(4) \text{ ①について、} \frac{1-v^n}{a_{\overline{n}|}} = \frac{1-v^n}{\frac{1-v^n}{i}} = i \text{ となる。}$$

②について、教科書（上巻）21 ページ(1.8.4)より、 $(Ia)_{\overline{n}|} = \frac{1}{d} a_{\overline{n}|} - \frac{nv^n}{i}$  となり、また、

教科書（上巻）15 ページ(1.5.13)および(1.5.18)より、 ${}_na_{\infty} = v^n a_{\infty} = \frac{v^n}{i}$  となるので、

$$\frac{a_{\overline{n}|}}{(Ia)_{\overline{n}|} - a_{\overline{n}|} + n \bullet {}_na_{\infty}} = \frac{a_{\overline{n}|}}{\left( \frac{1}{d} a_{\overline{n}|} - \frac{nv^n}{i} \right) - a_{\overline{n}|} + n \bullet \frac{v^n}{i}} = \frac{a_{\overline{n}|}}{\frac{1}{d} a_{\overline{n}|} - a_{\overline{n}|}} = \frac{1}{\frac{1}{d} - 1} = \frac{d}{1-d} = \frac{iv}{v} = i$$

となる。

$$\text{③について、} \frac{1}{a_{\overline{n}|}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{\frac{1-v^n}{i}} - \frac{1}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}} = \frac{i}{1-v^n} - \frac{i}{(1+i)^n - 1} = \frac{i}{1-v^n} - \frac{i}{(1+i)^n (1-v^n)}$$

$$= \frac{i}{1-v^n} \times \left\{ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right\} = \frac{i}{1-v^n} \times (1-v^n) = i \text{ となる。}$$

(注) 金利  $i$  で  $n$  年間の借入れ（返済時期は年末）を行う場合、毎年の返済額が  $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$  で、その

うち元金部分が  $\frac{1}{s_{\overline{n}|}}$  となるため、それらの差額  $\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|}}$  が金利  $i$  に等しいことを表している。

$$\text{④について、} \frac{p_x - A_{x:\overline{1}|}}{A_{x:\overline{1}|}} = \frac{p_x - vp_x}{vp_x} = \frac{1-v}{v} = \frac{d}{v} = \frac{iv}{v} = i \text{ となる。}$$

⑤について、 $\frac{p_x \bullet \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - 1} - 1 = \frac{p_x \bullet \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}}{vp_x \bullet \ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|}} - 1 = \frac{1}{v} - 1 = (1+i) - 1 = i$ となる。

⑥について、 $\frac{\ddot{a}_x - a_x - A_x}{A_x + a_x} = \frac{1 - A_x}{A_x + a_x} = \frac{1 - (1 - d\ddot{a}_x)}{(1 - d\ddot{a}_x) + a_x} = \frac{d\ddot{a}_x}{(1 + a_x) - d\ddot{a}_x} = \frac{d\ddot{a}_x}{\ddot{a}_x - d\ddot{a}_x} = \frac{d}{1 - d}$   
 $= \frac{iv}{v} = i$ となる。

解答：①〇、②〇、③〇、④〇、⑤〇、⑥〇

(5) 教科書(上巻) 168 ページ(4.17.10)より、 $\overline{P}_{x:\overline{n}|}^{(\infty)} = \frac{1}{a_{x:\overline{n}|}} - \delta$ となるので、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \overline{P}_{x:\overline{n}|}^{(\infty)} &= \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}} - \delta \right) = \frac{d}{dx} \frac{1}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{-\frac{d}{dx} \overline{a}_{x:\overline{n}|}}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} = \frac{-\frac{d}{dx} \int_0^n v^t {}_t p_x dt}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} = \frac{-\int_0^n \frac{d}{dx} (v^t {}_t p_x) dt}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} \\ &= \frac{-\int_0^n v^t \frac{d}{dx} {}_t p_x dt}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{一方、} \frac{d}{dx} {}_t p_x &= \frac{d}{dx} \frac{l_{x+t}}{l_x} = \frac{\left(\frac{d}{dx} l_{x+t}\right) l_x - l_{x+t} \frac{d}{dx} l_x}{(l_x)^2} = \frac{(-l_{x+t} \mu_{x+t}) l_x - l_{x+t} (-l_x \mu_x)}{(l_x)^2} \\ &= \frac{-l_{x+t} \mu_{x+t} l_x + l_{x+t} l_x \mu_x}{(l_x)^2} = \frac{-l_{x+t} \mu_{x+t} + l_{x+t} \mu_x}{l_x} = \frac{l_{x+t} (\mu_x - \mu_{x+t})}{l_x} = {}_t p_x (\mu_x - \mu_{x+t}) \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

②を①に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \overline{P}_{x:\overline{n}|}^{(\infty)} &= \frac{-\int_0^n v^t \{ {}_t p_x (\mu_x - \mu_{x+t}) \} dt}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} = \frac{-\int_0^n v^t {}_t p_x \mu_x - v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} \\ &= \frac{-\mu_x \int_0^n v^t {}_t p_x dt + \int_0^n v^t {}_t p_x \mu_{x+t} dt}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} = \frac{-\mu_x \overline{a}_{x:\overline{n}|} + \overline{A}_{x:\overline{n}|}^{(\infty)}}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} = \frac{-\mu_x \overline{a}_{x:\overline{n}|}}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} + \frac{\overline{A}_{x:\overline{n}|}^{(\infty)}}{\left(\overline{a}_{x:\overline{n}|}\right)^2} = \frac{-\mu_x}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}} + \frac{1}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}} \times \frac{\overline{A}_{x:\overline{n}|}^{(\infty)}}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}} \\ &= \frac{-\mu_x}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}} + \frac{1}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}} \times \overline{P}_{x:\overline{n}|}^{(\infty)} = \frac{\overline{P}_{x:\overline{n}|}^{(\infty)} - \mu_x}{\overline{a}_{x:\overline{n}|}} \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

教科書（上巻）128 ページ(4.9.10)より、 $\bar{A}_{x:\bar{n}} = 1 - \delta \bar{a}_{x:\bar{n}}$  となるので、変形すると、

$$\frac{\bar{A}_{x:\bar{n}}}{\bar{a}_{x:\bar{n}}} = \frac{1}{\bar{a}_{x:\bar{n}}} - \delta \text{ となり、 } \frac{1}{\bar{a}_{x:\bar{n}}} = \frac{\bar{A}_{x:\bar{n}}}{\bar{a}_{x:\bar{n}}} + \delta = \bar{P}_{x:\bar{n}}^{(\infty)} + \delta \quad \dots \quad \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}\textcircled{4}\text{より、} \frac{d}{dx} \bar{P}_{x:\bar{n}}^{(\infty)} = \frac{\bar{P}_{x:\bar{n}}^{(\infty)} - \mu_x}{\bar{a}_{x:\bar{n}}} = \frac{1}{\bar{a}_{x:\bar{n}}} \times \left( \bar{P}_{x:\bar{n}}^{(\infty)} - \mu_x \right) = \left( \bar{P}_{x:\bar{n}}^{(\infty)} + \delta \right) \times \left( \bar{P}_{x:\bar{n}}^{(\infty)} - \mu_x \right) \text{ となる。}$$

解答：(C)

(注) 本問は、教科書（上巻）171 ページ第4章練習問題(5)の(3)と同じ。

(6) 保険料が年払であること、(死亡) 保険金が年度末支払であることに注意しながら、教科書（上巻）182 ページを参考にすれば、確率変数およびその発生確率は下表のとおりとなる。

取引内容	確率変数	発生確率
第4年度に被保険者が死亡	$v - P\ddot{a}_{\bar{1} }$	$q_{58}$
第5年度に被保険者が死亡	$v^2 - P\ddot{a}_{\bar{2} }$	${}_1q_{58}$
第5年度末に被保険者が生存	$v^2 - P\ddot{a}_{\bar{2} }$	${}_2p_{58}$

$$\text{確率変数を } T \text{ とすれば、求める標準偏差 } \sigma(T) \text{ は、 } \sigma(T) = \sqrt{E(T^2) - E(T)^2} \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

$$\text{また、} E(T^2) = (v - P\ddot{a}_{\bar{1}|})^2 \times q_{58} + (v^2 - P\ddot{a}_{\bar{2}|})^2 \times {}_1q_{58} + (v^2 - P\ddot{a}_{\bar{2}|})^2 \times {}_2p_{58}$$

$$= (v - P\ddot{a}_{\bar{1}|})^2 \times q_{58} + (v^2 - P\ddot{a}_{\bar{2}|})^2 \times ({}_1q_{58} + {}_2p_{58}) \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

$$E(T) = (v - P\ddot{a}_{\bar{1}|}) \times q_{58} + (v^2 - P\ddot{a}_{\bar{2}|}) \times {}_1q_{58} + (v^2 - P\ddot{a}_{\bar{2}|}) \times {}_2p_{58}$$

$$= (v - P\ddot{a}_{\bar{1}|}) \times q_{58} + (v^2 - P\ddot{a}_{\bar{2}|}) \times ({}_1q_{58} + {}_2p_{58}) \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

となる。ここで、死亡率および  $v$  の値は与えられているので、②③の値を求めるためには  $P$  の値が分かればよい。教科書（上巻）127 ページ(4.9.4)より、 $A_{x:\bar{n}} = 1 - d\ddot{a}_{x:\bar{n}}$  となることに注

$$\text{意すれば、 } P = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - d = \frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - (1 - v) = \frac{1}{4.4989} - (1 - 0.95)$$

$$\doteq 0.172277 \quad \dots \quad \textcircled{4}$$

ここで、 ${}_1q_{58} + {}_2p_{58} = p_{58}q_{59} + p_{58}p_{59} = p_{58}(q_{59} + p_{59}) = p_{58} = 1 - q_{58}$  に注意して、与えられた

$$\text{条件および}\textcircled{4}\text{を}\textcircled{2}\text{に代入すると、 } E(T^2) = (v - P\ddot{a}_{\overline{1}|})^2 \times q_{58} + (v^2 - P\ddot{a}_{\overline{2}|})^2 \times (1 - q_{58})$$

$$= (v - P \times 1)^2 \times q_{58} + \left( v^2 - P \times \frac{1 - v^2}{d} \right)^2 \times (1 - q_{58})$$

$$\doteq (0.95 - 0.172277 \times 1)^2 \times 0.005 + \left( 0.95^2 - 0.172277 \times \frac{1 - 0.95^2}{1 - 0.95} \right)^2 \times (1 - 0.005)$$

$$\doteq 0.322409 \quad \dots \quad \textcircled{5}$$

$$\text{同様に、}\textcircled{3}\text{より、 } E(T) = (v - P\ddot{a}_{\overline{1}|}) \times q_{58} + (v^2 - P\ddot{a}_{\overline{2}|}) \times (1 - q_{58})$$

$$\doteq (0.95 - 0.172277 \times 1) \times 0.005 + \left( 0.95^2 - 0.172277 \times \frac{1 - 0.95^2}{1 - 0.95} \right) \times (1 - 0.005)$$

$$\doteq 0.567616 \quad \dots \quad \textcircled{6}$$

$$\textcircled{5}\textcircled{6}\text{を}\textcircled{1}\text{に代入すると、 } \sigma(T) \doteq \sqrt{0.322409 - 0.567616^2} \doteq 0.01487 \text{ となる。}$$

解答：(F)

(注) 問題文に登場する『会社と契約者との取引の現価を表す確率変数』に類似する表現は、教科書（上巻）182 ページに登場する。

$$(7) \quad t=0 \text{ の場合で考えれば、 } q'_x = q_x - c, \quad q'_{x+t} = q_{x+t} \quad (t \geq 1) \text{ となるので、}$$

$$p'_x = 1 - q'_x = 1 - (q_x - c) = 1 - q_x + c = p_x + c, \quad p'_{x+t} = p_{x+t} \quad (t \geq 1) \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

$$\text{ここで、 } \ddot{a}'_x = 1 + vp'_x + v^2 {}_2p'_x + \dots = 1 + vp'_x + (vp'_x)(vp'_{x+1}) + \dots = 1 + vp'_x \times (1 + vp'_{x+1} + \dots)$$

$$\text{となるが、}\textcircled{1}\text{を用いれば、 } \ddot{a}'_x = 1 + vp'_x \times (1 + vp_{x+1} + \dots) = 1 + v(p_x + c) \times \ddot{a}_{x+1}$$

$$= 1 + vp_x \times \ddot{a}_{x+1} + vc \times \ddot{a}_{x+1} = \ddot{a}_x + cv \times \ddot{a}_{x+1} \text{ となる。}$$

$t=0$  の場合に、選択肢の中でこの形に一致するものを選ぶ。

解答：(I)

(注) 本問は、教科書（上巻）132 ページ第 4 章練習問題(2)の(2)の類題。

(8) 年金原資を  $F$  とすれば、収支相等の原則から、求める営業保険料  $P^*$  は、

$$P^* \times \ddot{a}_{40:\overline{20}|} = A_{40:\overline{20}|}^{\frac{1}{2}} \times F + (IA)_{40:\overline{20}|}^1 \times P^* + \alpha \times F + \beta \times P^* \times \ddot{a}_{40:\overline{20}|} + \gamma \times F \times \ddot{a}_{40:\overline{20}|} + \gamma' \times A_{40:\overline{20}|}^{\frac{1}{2}} \times F$$

となるので、整理すると、
$$P^* = \frac{A_{40:\overline{20}|}^{\frac{1}{2}} + \alpha + \gamma \times \ddot{a}_{40:\overline{20}|} + \gamma' \times A_{40:\overline{20}|}^{\frac{1}{2}}}{\ddot{a}_{40:\overline{20}|} - (IA)_{40:\overline{20}|}^1 - \beta \times \ddot{a}_{40:\overline{20}|}} \times F \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

与えられた条件から、
$$A_{40:\overline{20}|}^{\frac{1}{2}} = \frac{D_{60}}{D_{40}} = \frac{50,219}{65,692} \doteq 0.764461 \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

$$\ddot{a}_{40:\overline{20}|} = \frac{N_{40} - N_{60}}{D_{40}} = \frac{2,199,256 - 1,027,831}{65,692} \doteq 17.832080 \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

教科書（上巻）137 ページ(4.11.8)より、 $(IA)_{40:\overline{20}|}^1 = \frac{R_{40} - R_{60} - 20 \times M_{60}}{D_{40}}$  となるので、

$$(IA)_{40:\overline{20}|}^1 = \frac{1,744,712 - 893,573 - 20 \times 40,042}{65,692} \doteq 0.765679 \quad \dots \quad \textcircled{4}$$

教科書（上巻）107 ページ(4.3.19)および(4.3.27)より、 $F = \ddot{a}_{10|} + {}_{10}\ddot{a}_{60} = \frac{1-v^{10}}{d} + \frac{N_{60+10}}{D_{60}}$

$$= \frac{1-v^{10}}{1-v} + \frac{N_{70}}{D_{60}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{1.01}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{1.01}} + \frac{568,678}{50,219} \doteq 20.889979 \quad \dots \quad \textcircled{5}$$

与えられた条件および②③④⑤を①に代入すると、

$$P^* \doteq \frac{0.764461 + 0.02 + 0.001 \times 17.832080 + 0.005 \times 0.764461}{17.832080 - 0.765679 - 0.01 \times 17.832080} \times 20.889979 \doteq 0.9971$$

解答：(E)

(注) 教科書（下巻）11 ページ第7章練習問題(3)(a)で定義される年金原資で計算すると、

$$P^* = \frac{A_{40:\overline{20}|}^{\frac{1}{2}} + \alpha + \gamma \times \ddot{a}_{40:\overline{20}|}}{\ddot{a}_{40:\overline{20}|} - (IA)_{40:\overline{20}|}^1 - \beta \times \ddot{a}_{40:\overline{20}|}} \times F, \quad F = (1 + \gamma') \times (\ddot{a}_{10|} + {}_{10}\ddot{a}_{60}) \text{ となるので、}$$

$$P^* \doteq \frac{0.764461 + 0.02 + 0.001 \times 17.832080}{17.832080 - 0.765679 - 0.01 \times 17.832080} \times 20.994429 \doteq 0.9974 \text{ となり、選択肢は不変。}$$

(9) 問題文にある平準純保険料式責任準備金は、教科書（上巻）178 ページ(5.3.7)より、



$${}_tV_{x+1:\bar{n}} = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t+1:\bar{n-t}}}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

同様に、問題文にある全期チルメル式責任準備金は、教科書（下巻）15 ページ(8.1.5)より、

$${}_{t+1}V_{x:\bar{n+1}}^{[z]} = {}_{t+1}V_{x:\bar{n+1}} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\bar{n+1}}} \ddot{a}_{x+t+1:(n+1)-(t+1)} = {}_{t+1}V_{x:\bar{n+1}} - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\bar{n+1}}} \ddot{a}_{x+t+1:\bar{n-t}}$$

$$\text{用いると、} \quad {}_{t+1}V_{x:\bar{n+1}}^{[z]} = \left( 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t+1:\bar{n-t}}}{\ddot{a}_{x:\bar{n+1}}} \right) - \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\bar{n+1}}} \ddot{a}_{x+t+1:\bar{n-t}} = 1 - \frac{\alpha+1}{\ddot{a}_{x:\bar{n+1}}} \ddot{a}_{x+t+1:\bar{n-t}} \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

与えられた条件から、①と②が等しいので、 $1 - \frac{\ddot{a}_{x+t+1:\bar{n-t}}}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} = 1 - \frac{\alpha+1}{\ddot{a}_{x:\bar{n+1}}} \ddot{a}_{x+t+1:\bar{n-t}}$  となり、整理

$$\begin{aligned} \text{すると、} \quad \alpha &= \frac{\ddot{a}_{x:\bar{n+1}}}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - 1 \text{ となるので、} \quad \alpha + P_{x:\bar{1}}^1 = \left( \frac{\ddot{a}_{x:\bar{n+1}}}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - 1 \right) + P_{x:\bar{1}}^1 \\ &= \left( \frac{1 + v p_x \ddot{a}_{x+1:\bar{n}}}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - 1 \right) + v q_x = \left( \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} + v p_x - 1 \right) + v q_x = \left( \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - 1 \right) + v p_x + v q_x \\ &= \left( \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - 1 \right) + v(p_x + q_x) = \left( \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - 1 \right) + v = \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - 1 + v = \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - (1-v) = \frac{1}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} - d \\ &= \frac{1 - d \ddot{a}_{x+1:\bar{n}}}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} = \frac{A_{x+1:\bar{n}}}{\ddot{a}_{x+1:\bar{n}}} = P_{x+1:\bar{n}} \text{ となる。} \end{aligned}$$

解答：(H)

(注1)  $n=1, t=0$  とすれば、平準純保険料式責任準備金はゼロ（∵保険料年払の契約時の平準純保険料式責任準備金）となるため、与えられた条件から、保険期間 2 年の養老保険で、経過 1 年の全期チルメル式責任準備金もゼロになる。これは、初年度定期式責任準備金を表す。

このとき、 $\alpha + P_{x:\bar{1}}^1 = \alpha + v q_x = \alpha + P_1$  となるが、教科書（下巻）14 ページ(8.1.1)より、これ

は、 $P_2$  に等しい。教科書（下巻）18 ページ(8.2.3)より、 $P_2 = {}_{(n+1)-1}P_{x+1:(n+1)-1} = {}_n P_{x+1:\bar{n}} = P_{x+1:\bar{n}}$

となるので、 $\alpha + P_{x:\bar{1}}^1 = P_{x+1:\bar{n}}$  となる。

(注2) 本問は、平成 18 年度問題 1(10)の類題。

(10) 教科書(下巻) 35 ページ(9.2.1)より、貸付利率を  $i'$  とすると、

$$({}_tL + P)(1+i') \leq {}_{t+1}W \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

なお、教科書には  $P$  が年払保険料と記載されているが、当然、営業保険料であることに注意。与えられた条件から第 28 回目の保険料は振替貸付ができたので  $t = 27$  のとき①が成り立つ。

$$({}_{27}L + P)(1+i') \leq {}_{28}W \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

一方、第 29 回目の保険料は振替貸付ができなかったので  $t = 28$  のとき①は成り立たない。

$$({}_{28}L + P)(1+i') > {}_{29}W \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

ここで、 ${}_{28}L$  は、27 年経過時点の契約貸付による貸付金  ${}_{27}L$  に第 28 回目の保険料を加えたものを貸付利率で 1 年間利殖した元利合計に等しいので、 ${}_{28}L = ({}_{27}L + P)(1+i')$   $\dots$  ④

③④より、 $(({}_{27}L + P)(1+i') + P)(1+i') > {}_{29}W$  となる。

$$\text{整理すると、} ({}_{27}L + P)(1+i')^2 + P(1+i') > {}_{29}W \quad \dots \quad \textcircled{5}$$

$$\textcircled{2} \text{より、} i' \leq \frac{{}_{28}W}{{}_{27}L + P} - 1 = \frac{0.665948}{0.61 + 0.025038} - 1 \doteq 0.04867 \quad \dots \quad \textcircled{6}$$

⑤より、 $(0.61 + 0.025038)(1+i')^2 + 0.025038(1+i') - 0.694461 > 0$  となるので、

$1+i' > 1.026213\dots$  または  $1+i' < -1.065640\dots$  となるが、 $1+i' > 0$  に注意すると、

$1+i' > 1.026213\dots$  となり、 $i' > 0.026213\dots$   $\dots$  ⑦

⑥⑦より、 $0.026213\dots < i' \leq 0.04867$  となる。

解答：(C)、(D)

(11) 選択肢の分母は  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$  または  $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$  であるが、これらの生命年金現価は(選択肢の分母

にあるので) 年払純保険料 1 当たりの収入現価を表している。(i) から子供死亡の場合に契約が消滅するため、保険料の払込も終了する。また、(iii) から親死亡の場合には保険料払込が免除されるため、やはり保険料の払込も終了する。つまり、保険料払込に関しては、親子の死亡順序は関係なく親子共存に限って保険料の払込が行われる。

したがって、分母は  $\ddot{a}_{xy:\overline{n}|}$  となり、正解の候補は (E) (F) (G) (H) に限定される。

次に、選択肢の分子に注目すると、(E) (F) (G) (H) では、分子の第 2 項が  $A_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{2}}$  または  $A_{x:\overline{n}|}$

であるが、年齢が  $x$  のみであるため、子供のみに関する給付(生存保険および養老保険)を表している。

(i) (ii) (iii) (iv) のうち子供に関する給付は (i) (ii) (iv) であるが、(iv) は親が先に死亡した場合の子供に対する復帰年金であるため分子の第 4 項に該当する。

したがって、分子の第 2 項は (i) (ii) のいずれかを表す。

一方、(i) は(親死亡の前後に関係なく) 子供死亡時に死亡保険金 0.1 を支払うことを表すため分子の第1項に該当する。したがって、分子の第2項は(ii)を表し、生存保険となるため、(F) は正解の候補から除外され、正解の候補は(E) (G) (H) に限定される。

最後に、選択肢の分子の第3項に注目すると、(E) (G) (H) の順に、連生の養老保険、定期保険および生存保険を表しているが、これまでの議論から、当該項は(iii)に対応するものと考えられる。これは、親死亡に関する定期保険であるが、親よりも先に子供が死亡した場合は(i)により契約が消滅するため、親死亡で死亡保険金が支払われるためには、子供よりも先に親が死亡することが条件となる。

したがって、条件付連生定期保険を表す(G) が正解となる。

解答：(G)

(1 2) 教科書(下巻) 160 ページ(13.1.27)より、

$$q_x^{(i)} = \frac{l_{x+1}^{ii}(1-q_x) - l_x^{ii}(1-q_x^i)}{\left(1 - \frac{l_x^{ii}}{l_x}\right) \left(1 - \frac{1}{2}q_x^i\right)}$$

となるので、与えられた条件を代入すると、

$$q_x^{(i)} = \frac{0.013265 \times (1 - 0.005249) - 0.012062 \times (1 - 0.020568)}{\left(1 - 0.012062\right) \left(1 - \frac{1}{2} \times 0.020568\right)} \doteq 0.00141286 \text{ となる。}$$

解答：(E)

(注) 本問は、平成 18 年度問題 1(8)の類題であり、『生存者総数に占める就業不能者数の割合』という表現で、教科書(下巻) 160 ページ(13.1.27)を思い出す必要がある。

(1 3) 求める特約の年払純保険料を  $P$  とする。特約保険料の払込は就業者に限って行われ、かつ、最終年度の特約保険料の払込は不要であるため、収入現価は、 $P \times \ddot{a}_{40:\overline{19}}^{aa} \dots \textcircled{1}$

一方、59 歳までに就業不能状態になれば保険料払込が免除されるため、教科書(下巻) 166 ページ(13.3.5)より、定期保険の年払営業保険料を  $P^*$  とし、支出現価は、 $P^* \times a_{40:\overline{19}}^{a(i:\overline{19})} \dots \textcircled{2}$

$$\text{収支相等の原則より、}\textcircled{1}\textcircled{2}\text{から } P \times \ddot{a}_{40:\overline{19}}^{aa} = P^* \times a_{40:\overline{19}}^{a(i:\overline{19})} \text{ となり、} P = \frac{P^* \times a_{40:\overline{19}}^{a(i:\overline{19})}}{\ddot{a}_{40:\overline{19}}^{aa}} \dots \textcircled{3}$$

$$\text{一方、与えられた条件から、} P^* = \frac{A_{40:\overline{20}}^1 + \alpha + \gamma \times \ddot{a}_{40:\overline{20}}}{(1 - \beta) \times \ddot{a}_{40:\overline{20}}} = \frac{0.0896 + 0.01 + 0.001 \times 16.8570}{(1 - 0.03) \times 16.8570}$$

$$\doteq 0.00712219 \dots \textcircled{4}$$

教科書（下巻）164 ページ(13.2.9)より、 $a_{40:\overline{19}}^{a(i:\overline{19})} = a_{40:\overline{19}}^{ai} - v^{19} p_{40}^{aa} a_{59:\overline{0}}^{ai} \dots \textcircled{5}$

となるが、教科書（下巻）164 ページ(13.2.8)より、 $a_{40:\overline{19}}^{ai} = \ddot{a}_{40:\overline{20}}^a - \ddot{a}_{40:\overline{20}}^{aa} \dots \textcircled{6}$

同様に、 $a_{59:\overline{0}}^{ai} = \ddot{a}_{59:\overline{1}}^a - \ddot{a}_{59:\overline{1}}^{aa} = 1 - 1 = 0 \dots \textcircled{7}$

⑥⑦を⑤に代入すると、 $a_{40:\overline{19}}^{a(i:\overline{19})} = \ddot{a}_{40:\overline{20}}^a - \ddot{a}_{40:\overline{20}}^{aa} \dots \textcircled{8}$

与えられた条件および④⑧を③に代入すると、

$$P = \frac{P^* \times (\ddot{a}_{40:\overline{20}}^a - \ddot{a}_{40:\overline{20}}^{aa})}{\ddot{a}_{40:\overline{19}}^{aa}} = \frac{0.00712219 \times (16.8668 - 16.7228)}{16.0611} \doteq 0.00006386 \text{ となる。}$$

定期保険の保険金額が 100 万円であるので、求める特約の年払純保険料は、 $1,000,000 \times 0.00006386 \doteq 63.86$  円となる。

解答：(E)

(注) 本問は、平成 12 年度問題 4 の類題。

(14) 選択肢のうち、分子の第 2 項が  $x+1$  歳以降の給付現価を表しているため、分子の第 1 項は  $x$  歳、すなわち、契約初年度の給付現価を表す。与えられた条件から、契約初年度については、契約日から 6 か月以内に発生した疾病入院は給付されないため、給付現価から当該入院を除外する必要があるが、選択肢のうち (A) から (E) の分子の第 1 項は、予定平均日数から 180 日を控除しているため、例えば、契約日から 6 か月以内に発生した疾病入院で入院日数が 180 日を超える場合には給付が行われてしまい、問題の条件に合わない。

したがって、正解の候補は (F) (G) (H) (I) (J) に限定される。

次に、選択肢 (G) は定数  $C$  が分数の外にあるため、分数部分が純保険料を表すことになるが、この場合、満期時に純保険料 (の 5 倍を) 返還することとなり、与えられた条件に合わない。したがって、正解の候補は (F) (H) (I) (J) に限定される。選択肢 (F) (H) (I) (J) の違いは、分子の第 3 項のみ (選択肢 (F) は分子の第 3 項をゼロと考える) であるため、以下、分子の第 3 項に着目する。

選択肢 (F) (H) (I) (J) の分子の第 1 項および第 2 項を合わせたものを  $A$  とし、分子の第 3

項を  $B$  とすれば、 $P^* = \frac{A+B}{\ddot{a}_{x:\overline{n}} - 5v^n {}_n p_x}$  となるので、整理すると、

$$P^* \times \ddot{a}_{x:\overline{n}} = A + B + P^* \times 5v^n {}_n p_x \dots \textcircled{1}$$

①の左辺は収入現価であるので、①の右辺は支出現価を表す。また、①の右辺のうち、

$A$  および  $P^* \times 5v^n \bar{p}_x$  はそれぞれ、入院に関する支出現価、満期時の営業保険料返還に関する支出現価を表す。与えられた条件から、疾病入院および満期時以外の給付は行われなため、①の右辺の  $B$  は事業費の支出現価を表す。

しかし、選択肢 (F) は、 $B=0$  となり、予定事業費を徴収しないため不合理である。

したがって、正解の候補は (H) (I) (J) に限定される。

ここで、与えられた条件から、営業保険料  $P^*$  は  $P^* = P + C$  と表されるので、①の左辺に代入すると、 $(P+C) \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = A + B + P^* \times 5v^n \bar{p}_x$  となり、変形すると、

$$P \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + C \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = A + P^* \times 5v^n \bar{p}_x + B \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

一方、純保険料に関する収支相等の原則から、

$$P \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = A + P^* \times 5v^n \bar{p}_x \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

②③を辺々引くと、 $C \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = B$  となる。

したがって、分子の第3項が  $C \times \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$  となっている (H) が正解となる。

解答：(H)

(注) 本問は、教科書(下巻) 186 ページ第 14 章練習問題(2)の類題。

### 問題 2 (1)

①について、与えられた条件から、第  $t$  保険年度中の死亡給付金は  $\frac{t}{n}$  となるが、これは、 $\frac{1}{n} \times t$  に変形できる。したがって、①は、第  $t$  保険年度中の死亡給付金が  $t$  となるような定期保険、すなわち、累加定期保険の支出現価(一時払純保険料)に等しい。

したがって、 ① は (P) となる。

②について、 $F(t)$  の定義から、

$$\begin{aligned} F(t) &= r + v\{r(1+j)\} + v^2\{r(1+2j)\} + \dots + v^{n-t}\{r\{1+(n-t)j\}\} \\ &= r + v(r+rj) + v^2(r+2rj) + \dots + v^{n-t}\{r + (n-t)rj\} \\ &= (r + vr + v^2r + \dots + v^{n-t}r) + rj\{v + 2v^2 + \dots + (n-t)v^{n-t}\} \\ &= r(1 + v + v^2 + \dots + v^{n-t}) + rj\{v + 2v^2 + \dots + (n-t)v^{n-t}\} = r\ddot{a}_{\overline{n-t+1}|} + rj(Ia)_{\overline{n-t}|} \text{ となる。} \end{aligned}$$

したがって、 ② は (J) となる。

③④について、過去法の責任準備金は『収入終価から支出終価を控除したもの』となるが、 $V^R$ の算式から③および④は支出を表す。さらに、③の前に $\frac{1}{n}$ があることから、③は死亡給付金を表す。 $V^R$ の算式中、分子に $P \times \ddot{a}_{x:\overline{t}|}$ という項がありこれが収入を表すため、 $V^R$ の算式は加入時点を時間の起算点としている。したがって、③は、加入時点からみて第 $t$ 保険年度末までの死亡給付金の支出を表すため、(Q)となる。

一方、④については、残る支出である遺族年金を表すことになるが、 $\Sigma$ 記号の添え字 $k$ が1から始まっており、かつ、④の右側にある基数が $C_{x+k-1}$ となっているため、この $k$ は保険年度を表す。記号の定義から、第 $t$ 保険年度末における遺族年金現価が $F(t)$ であるため、第 $k$ 保険年度末における遺族年金現価は $F(k)$ となり、(W)となる。

したがって、③は(Q)となり、④は(W)となる。

⑤⑥⑦⑧について、将来法の責任準備金は『支出現価から収入現価を控除したもの』となるが、 $V^P$ の算式から⑤、⑥および⑦は支出を表し、⑧が収入を表す。さらに、⑤の前に $\frac{t}{n}$ 、⑥の前に $\frac{1}{n}$ があることから⑤および⑥は死亡給付金を表す。将来法の算式はその時点を時間の起算点とするため、死亡給付金を『加入時点から第 $t$ 保険年度末までに金額が確定し、満期まで金額が変わらない部分』および『第 $t$ 保険年度末を0として、満期に向かって毎年1ずつ増加する部分』という2つの部分に分割すれば、前者が⑤に、後者が⑥にそれぞれ対応する。

したがって、⑤は(N)となり、⑥は(S)となる。

また、⑦は $\Sigma$ 記号の中に入っているため遺族年金に関する支出であるが、 $\Sigma$ 記号の添え字 $k$ が1から始まっているものの、⑦の右側にある基数が $C_{x+t+k-1}$ となっているため、この $k$ は(保険年度ではなく)第 $t$ 保険年度末から起算した経過年数を表す。つまり、⑦に入るべき遺族年金現価は、第 $t+k$ 保険年度末における現価 $F(t+k)$ となり、(X)となる。

最後に⑧は、左に『 $-P$ 』があるので、収入現価(生命年金現価)を表すが、計算の起算点での年齢が $x+t$ 歳であることに注意すれば、(D)となる。

したがって、⑦は(X)となり、⑧は(D)となる。

解答：① (P)、② (J)、③ (Q)、④ (W)、⑤ (N)、⑥ (S)、⑦ (X)、⑧ (D)

(2) (a) ①について、問題文から、 $n$ 年以内に3人のうち2番目の死亡が起こった場合に、死亡した年度末に保険金1を支払う死亡保険の一時払純保険料が、

$A_1 = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \left( {}_t p_{xyz}^2 - \boxed{\text{①}} \right)$ となる。ここで、 $t$ が0から始まっていることに注意すると、

$\left( {}_t p_{xyz}^2 - \boxed{\text{①}} \right)$ は、第 $t+1$ 年度に3人のうち2番目の死亡が起こる確率を表す。

ここで、第 $t+1$ 年度に3人のうち2番目の死亡が起こることは、

《条件1》第 $t+1$ 年度始(=前年度末)に2人以上生存している。

《条件2》第 $t+2$ 年度始(=当年度末)に2人以上生存していない。

という2つの条件を満たすことと同値であるため、当該確率は、 $\left( {}_t p_{xyz}^2 - {}_{t+1} p_{xyz}^2 \right)$ に等しい。

したがって、 $\boxed{\text{①}}$ は(シ)となる。(教科書(下巻)91ページ(12.2.17)参照)

$$\begin{aligned} \text{②について、} A_1 &= \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \left( {}_t p_{xyz}^2 - {}_{t+1} p_{xyz}^2 \right) = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t p_{xyz}^2 - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_{t+1} p_{xyz}^2 \\ &= v \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{xyz}^2 - \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_{t+1} p_{xyz}^2 = v \ddot{a}_{xyz:n|}^2 - a_{xyz:n|}^2 \text{となる。} \end{aligned}$$

したがって、 $\boxed{\text{②}}$ は(ホ)となる。(教科書(下巻)114ページ(12.5.30)参照)

③について、教科書(下巻)114ページ(12.5.26)より、

$$\begin{aligned} a_{xyz:n|}^2 &= \sum_{t=1}^n v^t {}_t p_{xyz}^2 = v p_{xyz}^2 + v^2 {}_2 p_{xyz}^2 + \cdots + v^{n-1} {}_{n-1} p_{xyz}^2 + v^n {}_n p_{xyz}^2 \\ &= (1-1) + \left( v p_{xyz}^2 + v^2 {}_2 p_{xyz}^2 + \cdots + v^{n-1} {}_{n-1} p_{xyz}^2 \right) + v^n {}_n p_{xyz}^2 \\ &= (1 + v p_{xyz}^2 + v^2 {}_2 p_{xyz}^2 + \cdots + v^{n-1} {}_{n-1} p_{xyz}^2) - 1 + v^n {}_n p_{xyz}^2 = \ddot{a}_{xyz:n|}^2 - 1 + v^n {}_n p_{xyz}^2 \text{となる。} \end{aligned}$$

したがって、 $\boxed{\text{③}}$ は(ツ)となる。

$$\begin{aligned} \text{④について、} A_1 &= v \ddot{a}_{xyz:n|}^2 - \left( \ddot{a}_{xyz:n|}^2 - 1 + v^n {}_n p_{xyz}^2 \right) = \left( v \ddot{a}_{xyz:n|}^2 - \ddot{a}_{xyz:n|}^2 \right) + 1 - v^n {}_n p_{xyz}^2 \\ &= (v-1) \ddot{a}_{xyz:n|}^2 + 1 - v^n {}_n p_{xyz}^2 = -d \ddot{a}_{xyz:n|}^2 + 1 - v^n {}_n p_{xyz}^2 = 1 - d \ddot{a}_{xyz:n|}^2 - v^n {}_n p_{xyz}^2 \text{となる。} \end{aligned}$$

したがって、 $\boxed{\text{④}}$ は(イ)となる。

$$\text{⑤について、} A_1 + A_2 = \left( 1 - d \ddot{a}_{xyz:n|}^2 - v^n {}_n p_{xyz}^2 \right) + v^n {}_n p_{xyz}^2 = 1 - d \ddot{a}_{xyz:n|}^2 \text{となる。}$$

したがって、 $\boxed{\text{⑤}}$ は(ネ)となる。



解答：① (シ)、② (ホ)、③ (ツ)、④ (イ)、⑤ (ネ)

(b) (a) の結果から、 $1 - d\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|}^2 \cdots$  ① の値を求めればよい。

(a) の③から、 $a_{xyz:\overline{n}|}^2 = \ddot{a}_{xyz:\overline{n}|}^2 - 1 + v^n {}_n p_{xyz}^2$  となるので、変形して、

$$\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|}^2 = 1 + a_{xyz:\overline{n}|}^2 - v^n {}_n p_{xyz}^2 \cdots \text{②}$$

教科書(下巻) 114 ページ(12.5.28)より、 $a_{xyz:\overline{n}|}^2 = a_{xy:\overline{n}|} + a_{xz:\overline{n}|} + a_{yz:\overline{n}|} - 2a_{xyz:\overline{n}|} \cdots$  ③

教科書(下巻) 91 ページ(12.2.15) より、 ${}_i p_{xyz}^2 = {}_i p_{xy} + {}_i p_{xz} + {}_i p_{yz} - 2{}_i p_{xyz} \cdots$  ④

②③④を①に代入すると、

$$\begin{aligned} 1 - d\ddot{a}_{xyz:\overline{n}|}^2 &= 1 - d \times \left( 1 + a_{xyz:\overline{n}|}^2 - v^n {}_n p_{xyz}^2 \right) \\ &= 1 - d \times \left\{ 1 + \left( a_{xy:\overline{n}|} + a_{xz:\overline{n}|} + a_{yz:\overline{n}|} - 2a_{xyz:\overline{n}|} \right) - v^n \left( {}_n p_{xy} + {}_n p_{xz} + {}_n p_{yz} - 2{}_n p_{xyz} \right) \right\} \\ &= 1 - d \times \left\{ 1 + \left( a_{xy:\overline{n}|} - v^n {}_n p_{xy} \right) + \left( a_{xz:\overline{n}|} - v^n {}_n p_{xz} \right) + \left( a_{yz:\overline{n}|} - v^n {}_n p_{yz} \right) - 2 \left( a_{xyz:\overline{n}|} - v^n {}_n p_{xyz} \right) \right\} \\ &= 1 - \frac{i}{1+i} \times \left( 1 + a_{xy:\overline{n-1}|} + a_{xz:\overline{n-1}|} + a_{yz:\overline{n-1}|} - 2a_{xyz:\overline{n-1}|} \right) \\ &= 1 - \frac{0.02}{1+0.02} \times (1 + 6.950 + 6.665 + 6.800 - 2 \times 6.350) \doteq 0.8291 \text{ となる。} \end{aligned}$$

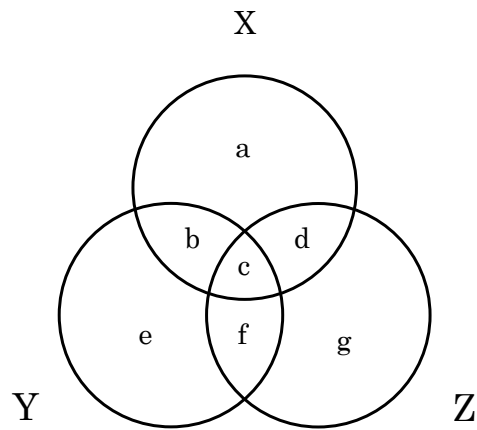
解答：(H)

《参考》連生(特に3人以下の場合)の生存確率を理解するためには、次ページのベン図が便利である。

例えば、3人の被保険者 X,Y,Z の生存をそれぞれ丸枠の内側で表す場合、2人以上が生存する領域は  $b+c+d+f$  であるが、 $b+c+d+f = (b+c) + \{(d+c)-c\} + \{(f+c)-c\} = (b+c) + (d+c) + (f+c) - 2c$  と変形できる。ここで、 $b+c$  は X,Y が共に生存していることを表しており、同様に、 $d+c$  は X,Z の共存を、 $f+c$  は Y,Z の共存を、そして  $c$  は X,Y,Z の共存をそれぞれ表している。

このことを生保数理の記号で表せば、 ${}_i p_{xyz}^2 = {}_i p_{xy} + {}_i p_{xz} + {}_i p_{yz} - 2{}_i p_{xyz}$  となり、教科書(下巻) 91 ページ(12.2.15) になる。





以上